

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
цифровых технологий



/ Кургалин С. Д.

05.03.2025 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.27 МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ**

- 1. Код и наименование специальности:**  
02.03.01 Математика и компьютерные науки
- 2. Профиль подготовки:**  
математическое и программное обеспечение информационных систем и технологий
- 3. Квалификация выпускника:**  
бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**  
кафедра цифровых технологий
- 6. Составители программы:**  
Атанов Артем Викторович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры цифровых технологий
- 7. Рекомендована:**  
НМС факультета компьютерных наук (05.03.2025 г., протокол № 5)
- 8. Учебный год:** 2028-2029                      **Семестр:** 7

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

Цели дисциплины:

- сформировать у студентов целостное представление о теоретических основах, основных классах задач, методах и алгоритмах математической оптимизации;
- развить умение формализовывать прикладные задачи из различных областей в виде математических задач оптимизации (линейного, нелинейного, целочисленного программирования и др.).
- обеспечить освоение ключевых аналитических и численных методов решения стандартных задач оптимизации, понимание их области применимости.
- подготовить студентов к самостоятельному применению методов оптимизации для анализа данных, поддержки принятия решений, проектирования систем и решения задач в их профессиональной области.

Задачи дисциплины:

- освоить фундаментальные понятия: целевая функция, ограничения, допустимое множество, локальный и глобальный экстремум.
- изучить и научиться применять методы линейного, нелинейного, целочисленного программирования.
- научиться формализовывать практические задачи в виде задач оптимизации.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к обязательной части блока Б1. Для успешного освоения дисциплины необходимо предварительное изучение математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Знает основы теории линейного и нелинейного программирования, методы решения задач линейного программирования, целочисленного программирования, транспортной задачи, задач нелинейного программирования при наличии ограничений в виде равенств и неравенств, формулировки задачи условной и безусловной оптимизации, метод множителей Лагранжа, критерий Сильвестра, условия Куна-Таккера, принципы динамического программирования.
		ОПК-1.2	Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	Умеет применять аналитические и численные методы для решения задач одномерной и многомерной оптимизации.
		ОПК-1.3	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Владеет навыками решения задачи линейного программирования симплекс-методом, навыками решения транспортной задачи методом потенциалов, навыками решения задачи нелинейного программирования методом множителей Лагранжа и численными методами (в частности, методом наискорейшего градиентного спуска), навыками решения задачи о назначениях венгерским методом, навыками решения задачи о рюкзаке.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.: 4/144

Форма промежуточной аттестации: экзамен

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		7 семестр
Аудиторные занятия	68	68
в том числе:	лекции	34
	практические	34
	лабораторные	
Самостоятельная работа	40	40
в том числе: курсовая работа (проект)		
Форма промежуточной аттестации — экзамен	36	36
Итого:	144	144

#### 13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Введение. Задачи оптимизации и их классификация.	Содержание предмета и область применения методов оптимизации. Целевая функция. Задача конечномерной оптимизации. Классы задач оптимизации. Формализация экстремальных задач. Примеры задач оптимизации.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213</a>
1.2	Линейное программирование.	Виды задач линейного программирования, формулировка задачи линейного программирования в общей, канонической и стандартной формах. Графический метод решения задач линейного программирования. Симплекс-метод при известном допустимом базисном решении. Экономическая интерпретация симплекс-метода. Нахождение начального допустимого базисного решения методом искусственного базиса. Двойственная задача линейного программирования. Экономическая интерпретация двойственных переменных.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213</a>
1.3	Целочисленное программирование.	Постановка задачи целочисленного программирования. Метод ветвей и границ. Метод Гомори.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213</a>
1.4	Транспортная задача.	Классическая транспортная задача. Метод северо-западного угла и метод минимальной стоимости нахождения опорного плана. Метод потенциалов. Транспортная задача с промежуточными пунктами. Задача о назначениях. Задача выбора кратчайшего пути.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213</a>
1.5	Задачи нелинейного программирования без ограничений.	Формулировка задачи нелинейного программирования. Численные методы безусловной оптимизации функции одной переменной. Численные методы оптимизации функций многих переменных (методы нулевого, первого и второго порядков).	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213</a>
1.6	Задачи нелинейного программирования с ограничениями.	Метод множителей Лагранжа. Теорема Куна-Таккера. Условия оптимальности. Численные методы условной оптимизации.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213</a>

1.7	Основы динамического программирования	Области применения метода динамического программирования. Принцип оптимальности Беллмана.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213</a>
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Линейное программирование.	Графический метод решения задачи линейного программирования. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования. Методы искусственного базиса (двухэтапный симплекс-метод, метод больших штрафов). Двойственная задача линейного программирования.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213</a>
2.2	Целочисленное программирование.	Метод ветвей и границ. Метод Гомори (отсекающих плоскостей).	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213</a>
2.3	Транспортная задача.	Методы построения опорного плана транспортной задачи (методы северо-западного угла, минимального элемента, Фогеля). Метод потенциалов. Задача о назначениях.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213</a>
2.4	Задачи нелинейного программирования без ограничений.	Численные методы безусловной оптимизации функции одной переменной. Численные методы оптимизации функций многих переменных. Методы нулевого порядка. Численные методы оптимизации функций многих переменных. Методы первого порядка. Численные методы оптимизации функций многих переменных. Методы второго порядка.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213</a>
2.5	Задачи нелинейного программирования с ограничениями.	Метод множителей Лагранжа. Численные методы условной оптимизации.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213</a>
2.6	Основы динамического программирования.	Решение задач оптимизации методом динамического программирования. Задача о рюкзаке.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=2213</a>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Введение. Задачи оптимизации и их классификация.	2	0	—	4	6
2	Линейное программирование.	8	8	—	8	24
3	Целочисленное программирование.	6	6	—	6	18
4	Транспортная задача.	4	6	—	6	16
5	Задачи нелинейного программирования без ограничений.	6	6	—	6	18
6	Задачи нелинейного программирования с ограничениями.	4	4	—	6	14
7	Основы динамического программирования	4	4	—	4	12
	Итого:	34	34	—	40	108

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из работы на лекциях и выполнения практических (или лабораторных) заданий в объеме, предусмотренном учебным планом. Лекция представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, направленного на знакомство обучающихся с основными понятиями и теоретическими положениями изучаемой дисциплины. Лекционные занятия формируют базу для практических (или лабораторных) занятий, на которых полученные теоретические знания применяются для решения конкретных практических задач. Обучающимся для успешного освоения дисциплины рекомендуется вести конспект лекций и практических (лабораторных) занятий.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов лекций, презентационным материалом (при наличии) и конспектов практических (лабораторных) занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Большее количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения необходимо выполнять все указания преподавателя, вовремя подключаться к online занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Кузнецов, А. В. Высшая математика. Математическое программирование : учебник / А. В. Кузнецов, В. А. Сакович, Н. И. Холод. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 352 с. — ISBN 978-5-8114-1056-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/211070">https://e.lanbook.com/book/211070</a> .
2	Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах : учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. — 4-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 512 с. — ISBN 978-5-8114-1887-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/212129">https://e.lanbook.com/book/212129</a> .

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Ашманов, С. А. Теория оптимизации в задачах и упражнениях : учебное пособие / С. А. Ашманов, А. В. Тимохов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-1366-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/210911">https://e.lanbook.com/book/210911</a> .
2	Акулич, И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах / И. Л. Акулич. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 348 с. — ISBN 978-5-507-47317-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/360428">https://e.lanbook.com/book/360428</a> .

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1	ЗНБ ВГУ: <a href="https://lib.vsu.ru/">https://lib.vsu.ru/</a>
2	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online": <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a>
3	Электронно-библиотечная система "Лань": <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
4	Электронный университет ВГУ: <a href="https://edu.vsu.ru/">https://edu.vsu.ru/</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах : учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. — 4-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 512 с. — ISBN 978-5-8114-1887-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/212129">https://e.lanbook.com/book/212129</a> .
2	Ашманов, С. А. Теория оптимизации в задачах и упражнениях : учебное пособие / С. А. Ашманов, А. В. Тимохов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-1366-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/210911">https://e.lanbook.com/book/210911</a> .
3	Акулич, И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах / И. Л. Акулич. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 348 с. — ISBN 978-5-507-47317-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/360428">https://e.lanbook.com/book/360428</a> .

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала [edu.vsu.ru](http://edu.vsu.ru), а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Аудитория для лекционных занятий: мультимедиа-проектор, экран для проектора, компьютер с выходом в сеть «Интернет». Специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска). Программное обеспечение: LibreOffice v.5-7, программа для просмотра файлов формата pdf, браузер.

Аудитория для практических занятий: специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска).

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Введение. Задачи оптимизации и их классификация.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа № 1
2	Линейное программирование.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа № 1
3	Целочисленное программирование.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Контрольная работа № 2

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
			ОПК-1.3	
4	Транспортная задача.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа № 2
5	Задачи нелинейного программирования без ограничений.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа № 3
6	Задачи нелинейного программирования с ограничениями.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа № 3
7	Основы динамического программирования	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа № 3
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен				Перечень вопросов к экзамену

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: контрольная работа.

Текущий контроль успеваемости проводится в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе контроля знаний на факультете компьютерных наук ВГУ.

При выставлении оценок используется следующая шкала:

0-24 балла — неудовлетворительно;

25-34 балла — удовлетворительно;

35-44 балла — хорошо;

45-50 баллов — отлично.

### Примерные задания для контрольных работ

#### Контрольная работа № 1

**Задание 1 (15 баллов).** Решить задачу линейного программирования графическим методом

$$\begin{cases} z = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + 3x_2 \leq 15, \\ 4x_1 + x_2 \leq 16, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

**Задание 2 (15 баллов).** Найти оптимальное решение задачи линейного программирования

$$\begin{cases} z = 5x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \max \\ 4x_1 + x_3 + x_4 = 16, \\ 6x_1 - 4x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ x_1, \dots, x_4 \geq 0, \end{cases}$$

если известно оптимальное решение соответствующей двойственной задачи:

$$y_1 = 1,625, y_2 = -0,25.$$

**Задание 2 (20 баллов).** Решить задачу линейного программирования симплекс-методом.

$$\begin{cases} z = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max \\ 2x_1 + x_2 \leq 18, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 42, \\ 3x_1 + x_2 \leq 24, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

### Контрольная работа № 2

**Задание 1 (20 баллов).** Найти оптимальное решение задачи целочисленного программирования, используя метод отсекающих плоскостей

$$\begin{cases} z = 5x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ 2x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z}, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

**Задание 2 (20 баллов).** Используя метод потенциалов, найти оптимальный план перевозок для транспортной задачи (для построения начального опорного плана использовать метод северо-западного угла)

Пункты	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	Предложение
$A_1$	1	5	2	2	6	100
$A_2$	3	6	3	4	3	15
$A_3$	8	10	4	5	8	90
<b>Спрос</b>	30	40	55	70	10	

**Задание 3 (10 баллов).** Решить задачу о назначениях венгерским методом

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$
$A_1$	41	32	83	18	87
$A_2$	80	98	60	52	74
$A_3$	80	33	43	87	68
$A_4$	63	77	15	86	51
$A_5$	32	41	57	64	35

### Контрольная работа № 3

**Задание 1 (20 баллов).** Найти минимум функции  $f(x_1, x_2) = 4x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 + x_1$  методом наискорейшего градиентного спуска с точностью  $\varepsilon = 0.1$ . В качестве начальной точки выберите  $x^{(0)} = (0; 0)^T$ . Найти минимум данной функции, используя необходимое и достаточное условия экстремума функции многих переменных.

**Задание 2 (15 баллов).** Решить задачу нелинейного программирования, используя метод множителей Лагранжа

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4z \rightarrow \min \\ 6x + 2z = 2. \end{cases}$$

**Задание 3 (15 баллов).** Решить задачу о рюкзаке, если известны его вместимость  $W = 8$ , количество предметов  $p = 5$ , а также масса  $w_i$  и ценность  $v_i$  каждого предмета

i	1	2	3	4	5
w <sub>i</sub>	4	3	1	3	2
v <sub>i</sub>	3	1	4	2	3

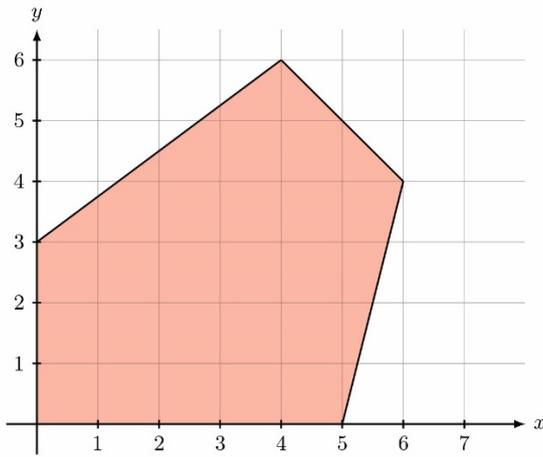
Приведённые ниже задания рекомендуется использовать при проведении диагностических работ для оценки остаточных знаний по дисциплине

### (1) Задания с выбором ответа

№	Задание	Варианты ответа	Верный ответ
1	Если допустимое множество (множество допустимых решений) задачи линейного программирования не является ограниченным, то эта задача...	а) всегда имеет оптимальное решение б) никогда не имеет оптимального решения в) может как иметь, так и не иметь оптимального решения г) в задачах линейного программирования допустимое множество всегда ограничено.	в
2	Дана задача оптимизации $\begin{cases} x_1 x_2 \rightarrow \max \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 8, \\ 4x_1 + 6x_2 \geq 11, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ Из представленных утверждений выберите верное.	а) данная задача является задачей линейного программирования б) данная задача является задачей нелинейного программирования в) данная задача является задачей безусловной оптимизации г) данная задача является задачей целочисленного программирования	б
3	На первом этапе двухэтапного (двухфазного) симплекс-метода строится вспомогательная целевая функция $\varphi$ , равная сумме искусственных переменных задачи. Из представленных утверждений выберите верное.	а) вне зависимости от того, является ли рассматриваемая задача линейного программирования задачей максимизации или минимизации, функция $\varphi$ всегда минимизируется б) вне зависимости от того, является ли рассматриваемая задача линейного программирования задачей максимизации или минимизации, функция $\varphi$ всегда максимизируется в) если рассматриваемая задача линейного программирования является задачей максимизации, то функция $\varphi$ максимизируется, и наоборот. г) если рассматриваемая задача линейного программирования является задачей максимизации, то функция $\varphi$ минимизируется, и наоборот.	а
4	Из представленных утверждений выберите неверное.	а) Если исходная (прямая) задача — задача максимизации, то двойственная к ней задача будет задачей минимизации. б) Коэффициентами целевой функции двойственной задачи служат свободные члены ограничений исходной (прямой) задачи. в) Число переменных в двойственной задаче равно числу переменных в исходной (прямой) задаче.	в

		г) Каждому ограничению исходной задачи соответствует переменная в двойственной задаче	
5	Из представленных утверждений выберите неверное.	<p>а) Задача целочисленного программирования имеет оптимальное решение всегда, когда имеет оптимальное решение соответствующая ослабленная задача.</p> <p>б) В методе отсекающих плоскостей количество отсечений не равно количеству ограничений рассматриваемой задачи целочисленного программирования.</p> <p>в) Вводимые в методе отсекающих плоскостей дополнительные ограничения отсекают некоторые области многогранника допустимых решений, в которых отсутствуют точки с целочисленными координатами.</p> <p>г) Решение, полученное с помощью округления до целого оптимального решения соответствующей ослабленной задачи, может не являться оптимальным решением задачи целочисленного программирования</p>	а

## (2) Задания с кратким ответом

№	Задание	Верный ответ
1	<p>На рисунке изображено допустимое множество задачи линейного программирования</p> $\begin{cases} 9x + 8y \rightarrow \max \\ -3x + 4y \leq 12, \\ x + y \leq 10, \\ 4x - y \leq 20, \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$ <p>Пусть <math>(x^*, y^*)</math> – оптимальное решение данной задачи. Запишите в ответ величину <math>x^* - y^*</math>.</p> 	2
2	<p>Вычислите определитель матрицы Гессе для функции</p> $f(x_1, x_2) = 2x_1^3 - 4x_1x_2 + 2x_2^2 - 2x_1 + 1$ <p>в точке <math>(1, 1)</math>.</p>	32

## (3) Задания с развёрнутым ответом

**Задание 1.** Найдите решение задачи линейного программирования

$$\begin{cases} z = 4x_1 + 2x_2 - x_3 \rightarrow \max \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 23, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 26, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, \end{cases}$$

используя симплекс-метод.

Решение.

Приведём рассматриваемую задачу к канонической форме:

$$\begin{cases} z = 4x_1 + 2x_2 - x_3 + 0x_4 + 0x_5 \rightarrow \max \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 23, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 = 26, \\ x_1 \geq 0, \dots, x_5 \geq 0, \end{cases}$$

Переменные  $x_4$  и  $x_5$  можно принять за базисные. Преобразуем целевую функцию:

$$\begin{aligned} z &= 4x_1 + 2x_2 - x_3 + 0x_4 + 0x_5, \\ z - 4x_1 - 2x_2 + x_3 + 0x_4 + 0x_5 &= 0. \end{aligned}$$

Составим симплекс-таблицу:

Базис	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	Решение
$x_4$	4	-1	2	1	0	23
$x_5$	1	2	1	0	1	26
$z$	-4	-2	1	0	0	0

23/4  
26/1

В  $z$ -строке ищем наибольший по модулю отрицательный элемент. Это число -4, которое находится в столбце  $x_1$ , поэтому данная переменная вводится в базис, а соответствующий столбец будет ведущим. Для определения того, какую из переменных нужно вывести из базиса, делим элементы столбца «Решение» на соответствующие положительные элементы ведущего столбца:  $23/4$  (строка  $x_4$ ),  $26/1$  (строка  $x_5$ ). Так как  $23/4 < 26/1$ , то из базиса выводится переменная  $x_4$ .

Пересчитываем симплекс-таблицу:

Базис	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	Решение
$x_1$	1	-1/4	1/2	1/4	0	23/4
$x_5$	0	9/4	1/2	-1/4	1	81/4
$z$	0	-3	3	1	0	23

-  
9

В  $z$ -строке ищем наибольший по модулю отрицательный элемент. Это число -3, которое находится в столбце  $x_2$ , поэтому данная переменная вводится в базис, а соответствующий столбец будет ведущим. Для определения того, какую из переменных нужно вывести из базиса, делим элементы столбца «Решение» на соответствующие положительные элементы ведущего столбца. Так как положительный элемент в ведущем столбце один ( $9/4$ ) и он соответствует переменной  $x_5$ , то эту переменную нужно вывести из базиса.

Пересчитываем симплекс-таблицу:

Базис	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	Решение
$x_1$	1	0	5/9	2/9	1/9	8
$x_2$	0	1	2/9	-1/9	4/9	9
$z$	0	0	11/3	2/3	4/3	50

Так как в  $z$ -строке нет отрицательных элементов, то оптимальное решение найдено:

$$x_1^* = 8, x_2^* = 9, z^* = 50.$$

Ответ:  $x_1^* = 8, x_2^* = 9, z^* = 50$ .

Критерии оценивания	Баллы
Имеется верная последовательность всех этапов решения, обоснованно получен верный ответ.	3
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех этапов решения.	2
Получен верный ответ, однако имеются пропуски одного или двух этапов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

## 20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: перечень вопросов к экзамену.

### Перечень вопросов к экзамену

1. Постановка задачи конечномерной оптимизации. Классификация задач оптимизации.
2. Задача линейного программирования. Формы записи задачи линейного программирования. Геометрический метод решения задачи линейного программирования.
3. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования. Теоретические основы симплекс-метода.
4. Построение начального допустимого базисного решения. Метод больших штрафов (М-метод).
5. Построение начального допустимого базисного решения. Двухэтапный метод.
6. Анализ чувствительности модели.
7. Двойственная задача линейного программирования. Теоремы двойственности.
8. Двойственный симплекс-метод. Экономическая интерпретация двойственной задачи.
9. Целочисленное линейное программирование. Метод ветвей и границ.
10. Целочисленное линейное программирование. Метод отсекающих плоскостей (Гомори).
11. Транспортная задача. Методы построения опорного плана транспортной задачи.
12. Решение транспортной задачи. Метод потенциалов.
13. Транспортные задачи особого вида. Задача о назначениях. Задача с промежуточными пунктами.
14. Основные понятия теории игр. Геометрический способ решения игры.
15. Связь теории игр с линейным программированием.
16. Нелинейное программирование. Безусловная оптимизация функции одной переменной.
17. Нелинейное программирование. Безусловная оптимизация функции многих переменных. Метод Хука-Дживса.
18. Нелинейное программирование. Безусловная оптимизация функции многих переменных. Метод наискорейшего градиентного спуска.
19. Нелинейное программирование. Безусловная оптимизация функции многих переменных. Метод Ньютона.
20. Нелинейное программирование. Оптимизация при наличии ограничений в виде равенств. Метод множителей Лагранжа.

21. Нелинейное программирование. Оптимизация при наличии ограничений в виде неравенств. Условия Куна-Таккера.
22. Задачи нелинейного программирования специального вида. Сепарабельное программирование.
23. Задачи нелинейного программирования специального вида. Квадратичное программирование.
24. Задача динамического программирования. Принцип оптимальности и функциональное уравнение Беллмана.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Дан полный, развёрнутый ответ на поставленный вопрос (вопросы), обучающийся свободно оперирует основными понятиями дисциплины, ориентируется в предметной области. Изложение материала не содержит ошибок, отличается последовательностью, грамотностью, логической стройностью.	Повышенный уровень	Отлично
Дан развёрнутый ответ на поставленный вопрос (вопросы), обучающийся свободно оперирует основными понятиями дисциплины, ориентируется в предметной области. Материал изложен в целом последовательно и грамотно, отсутствуют грубые ошибки, однако имеются отдельные неточности в определениях, вычислениях, доказательствах, изложениях положений теории.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на поставленный вопрос (вопросы) содержит изложение только базового теоретического материала, имеются ошибки в определениях, вычислениях, доказательствах, формулировках положений теории. Нарушена логическая последовательность в изложении материала.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на поставленный вопрос (вопросы) отсутствует, либо содержит грубые ошибки в определениях, вычислениях, доказательствах, формулировках положений теории. Обучающийся не владеет основными понятиями дисциплины. Отсутствует логическая последовательность в изложении материала.	–	Неудовлетворительно